Задача 1

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$\neg x1 \vee x2 = 1$

$\neg x2 \vee x3 = 1$

...

$\neg x9 \vee x10 = 1$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений x1, x2, ... x10, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Строим таблицу истинности для логического выражения F = ¬x1 ∨ x2 (первая строка системы равенств):

табл. 1-1

№	x1	x2	F
1	0	0	1
2	0	1	1
3	1	0	0
4	1	1	1

По таблице 1-1 видим, что логическое выражение F принимает значение 1, когда после значения первой переменной (*x1*) **1**, не следует переменная (*x2*) со значением **0**. Исходя из этого, строим таблицу всех возможных наборов значений переменных *x1, x2, ... x10*, отвечающих условиям системы равенств, таких наборов 11:

табл. 1-2

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
5	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
7	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Ответ: **11**

Задача 2

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных y1, y2, ... y11, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$y1 \vee \neg y2 = 1$

$y2 \vee \neg y3 = 1$

...

$y10 \vee \neg y11 = 1$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений y1, y2, ... y11, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Строим таблицу истинности для логического выражения F = y1 ∨ ¬y2 (первая строка системы равенств):

табл. 2-1

№	y1	y2	F
1	0	0	1
2	0	1	0
3	1	0	1
4	1	1	1

По таблице 2-1 видим, что логическое выражение F принимает значение 1, когда после значения первой переменной (*y1*) **0**, не следует переменная (*y2*) со значением **1**. Исходя из этого, строим таблицу всех возможных наборов значений переменных *y1, y2, ... y11*, отвечающих условиям системы равенств, таких наборов 12:

табл. 2-2

	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	y10	y11
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
8	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Ответ: **12**

Задача 3

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x8, y1, y2, ... y8, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \equiv y1) \equiv (x2 \equiv y2)$

$(x2 \equiv y2) \equiv (x3 \equiv y3)$

...

$(x7 \equiv y7) \equiv (x8 \equiv y8)$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x8, y1, y2, ... y8, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, y1, x2, y2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств {(*x1* ≡ *y1*) ≡ (*x2* ≡ *y2*)}, таких наборов – 8:

табл. 3

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

Замечаем, что каждая пара различных значений *x1-y1*, имеет два набора значений *x2-y2*. Также для каждой пары значений *x2-y2* будут соответствовать две пары значений *x3-y3* (вторая строка), для *x3-y3* – две пары значений *x4-y4* (третья строка) и т.д. Т.е., каждый переход на следующую строку удваивает число наборов значений логических переменных, отвечающим условиям системы равенств. Получается, что для системы с двумя строками количество различных наборов значений переменных будет 16 (8 × 2), с 3-мя строками – 32 (8 × 2 × 2), с 4-мя – 64, ... , с 7-ю – 512, с 8-ю – 1024, с 9-ю – 2048 и т.д.

Ответ: **512**

Задача 4

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x9, y1, y2, ... y9, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

(¬(x1 ≡ y1)) ≡ (x2 ≡ y2)
(¬(x2 ≡ y2)) ≡ (x3 ≡ y3)
...
(¬(x8 ≡ y8)) ≡ (x9 ≡ y9)

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x9, y1, y2, ... y9, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, y1, x2, y2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств {(¬(*x1* ≡ *y1*)) ≡ (*x2* ≡ *y2*)}, таких наборов – 8:

табл. 4

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	0

Замечаем, что каждая пара различных значений *x1-y1*, имеет два набора значений *x2-y2*. Также для каждой пары значений *x2-y2* будут соответствовать две пары значений *x3-y3* (вторая строка), для *x3-y3* – две пары значений *x4-y4* (третья строка) и т.д. Т.е., каждый переход на следующую строку удваивает число наборов значений логических переменных, отвечающим условиям системы равенств. Получается, что для системы с двумя строками количество различных наборов значений переменных будет 16 (8 × 2), с 3-мя строками – 32 (8 × 2 × 2), с 4-мя – 64, ... , с 7-ю – 512, с 8-ю – 1024, с 9-ю – 2048 и т.д.

Ответ: **1024**

Задача 5

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x10, y1, y2, ... y10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

(x1 ≡ ¬y1) ≡ (¬(x2 ≡ y2))
(x2 ≡ ¬y2) ≡ (¬(x3 ≡ y3))
...
(x9 ≡ ¬y9) ≡ (¬(x10 ≡ y10))

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x10, y1, y2, ... y10, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, y1, x2, y2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств {(*x1* ≡ *y1*) ≡ (*x2* ≡ *y2*)}, таких наборов – 8:

табл. 5

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

Замечаем, что каждая пара различных значений *x1-y1*, имеет два набора значений *x2-y2*. Также для каждой пары значений *x2-y2* будут соответствовать две пары значений *x3-y3* (вторая строка), для *x3-y3* – две пары значений *x4-y4* (третья строка) и т.д. Т.е., каждый переход на следующую строку удваивает число наборов значений логических переменных, отвечающим условиям системы равенств. Получается, что для системы с двумя строками количество различных наборов значений переменных будет 16 (8 × 2), с 3-мя строками – 32 (8 × 2 × 2), с 4-мя – 64, ... , с 7-ю – 512, с 8-ю – 1024, с 9-ю – 2048 и т.д.

Ответ: **2048**

Задача 6

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, … x10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$\neg(x1 \equiv x2) \wedge (x1 \vee x3) \wedge (\neg x1 \vee \neg x3) = 0$

$\neg(x2 \equiv x3) \wedge (x2 \vee x4) \wedge (\neg x2 \vee \neg x4) = 0$

…

$\neg(x8 \equiv x9) \wedge (x8 \vee x10) \wedge (\neg x8 \vee \neg x10) = 0$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, … x10, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Строим таблицу истинности для функции $F = \neg(x1 \equiv x2) \wedge (x1 \vee x3) \wedge (\neg x1 \vee \neg x3)$ (соответствует первой строке системы):

табл. 6-1

№	x1	x2	x3	F
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	0

Видим, когда переменные *x1, x2,* x3 последовательно принимают значения 0-1-1 или 1-0-0, равенство для первой строки системы не выполняется. Исходя из этого, строим таблицу всех возможных наборов значений переменных *x1, x2, … x10*, отвечающих условиям системы равенств:

табл. 6-2

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
6	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
7	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
8	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
9	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
10	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
11	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
12	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
13	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
14	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
15	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0
16	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
17	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
18	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Таких наборов значений 20.

Ответ: **20**

Задача 7

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, … x9, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$\neg(x1 \equiv x2) \wedge ((x1 \wedge \neg x3) \vee (\neg x1 \wedge x3)) = 0$

$\neg(x2 \equiv x3) \wedge ((x2 \wedge \neg x4) \vee (\neg x2 \wedge x4)) = 0$

…

$\neg(x7 \equiv x8) \wedge ((x7 \wedge \neg x9) \vee (\neg x7 \wedge x9)) = 0$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, … x9, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Строим таблицу истинности для функции $F = \neg(x1 \equiv x2) \wedge ((x1 \wedge \neg x3) \vee (\neg x1 \wedge x3))$ (соответствует первой строке системы):

табл. 7-1

№	x1	x2	x3	F
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	0

Видим, когда переменные *x1, x2,* x3 последовательно принимают значения 0-1-1 или 1-0-0, равенство для первой строки системы не выполняется. Исходя из этого, строим таблицу всех возможных наборов значений переменных *x1, x2, ... x9*, отвечающих условиям системы равенств:

табл. 7-2

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	0	0	1	0	1	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	1
7	0	0	0	1	0	1	0	1	0
8	0	0	1	0	1	0	1	0	1
9	0	1	0	1	0	1	0	1	0
10	1	0	1	0	1	0	1	0	1
11	1	1	0	1	0	1	0	1	0
12	1	1	1	0	1	0	1	0	1
13	1	1	1	1	0	1	0	1	0
14	1	1	1	1	1	0	1	0	1
15	1	1	1	1	1	1	0	1	0
16	1	1	1	1	1	1	1	0	1
17	1	1	1	1	1	1	1	1	0
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Таких наборов значений 18.

Ответ: **18**

Задача 8

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$((x1 \equiv x2) \wedge (x3 \equiv x4)) \vee (\neg(x1 \equiv x2) \wedge \neg(x3 \equiv x4)) = 0$
$((x3 \equiv x4) \wedge (x5 \equiv x6)) \vee (\neg(x3 \equiv x4) \wedge \neg(x5 \equiv x6)) = 0$
$((x5 \equiv x6) \wedge (x7 \equiv x8)) \vee (\neg(x5 \equiv x6) \wedge \neg(x7 \equiv x8)) = 0$
$((x7 \equiv x8) \wedge (x9 \equiv x10)) \vee (\neg(x7 \equiv x8) \wedge \neg(x9 \equiv x10)) = 0$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x10, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение 1. Строим фрагмент таблицы истинности для логических переменных *x1, x2, x3, x4*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{((x1 \equiv x2) \wedge (x3 \equiv x4)) \vee (\neg(x1 \equiv x2) \wedge \neg(x3 \equiv x4)) = 0\}$, таких наборов – 8:

табл. 8-1

№	x1	x2	x3	x4
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	0

Замечаем, что каждая пара различных значений *x1-x2*, имеет два набора значений *x3-x4*. Также для каждой пары значений *x3-x4* будут соответствовать две пары значений *x5-x6* (вторая строка), для *x5-x6* – две пары значений *x7-x8* (третья строка) и т.д. Т.е., каждый переход на следующую строку удваивает число наборов значений логических переменных, отвечающим условиям системы равенств. Получается, что для системы с двумя строками количество различных наборов значений переменных будет 16 (8×2), с 3-мя строками – 32 ($8 \times 2 \times 2$), с 4-мя – **64**.

Решение 2. Заменяем выражение $x1 \equiv x2$ логической переменной *f12*, выражение $x3 \equiv x4$ – *f34* и т.д. Тогда заданная система равенств примет вид:

$(f12 \wedge f34) \vee (\neg f12 \wedge \neg f34) = 0$
$(f34 \wedge f56) \vee (\neg f34 \wedge \neg f56) = 0$
$(f56 \wedge f78) \vee (\neg f56 \wedge \neg f78) = 0$
$(f78 \wedge f910) \vee (\neg f78 \wedge \neg f910) = 0$

Определяем наборы логических переменных *f12*, *f34*, *f56*, *f78*, *f910*, соответствующие условиям нашей системы равенств. Таких наборов – 2:

табл. 8-2

f12	f34	f56	f78	f910
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1

Рассматривая таблицу истинности функции $f12 = x1 \equiv x2$:

табл. 8-3

x1	x2	f12
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

видим, что для каждого значения *f12* имеется два набора значений *x1* и *x2*. Для каждого значения *f34* также будут соответствовать 2 набора значений *x3* и *x4* и т.д.

Для всей системы равенств определяем число различных наборов значений логических переменных *x1, x2, ... x10*.

табл. 8-4

f12 = x1 ≡ x2	f34 = x3 ≡ x4	f56 = x5 ≡ x6	f78 = x7 ≡ x8	f910 = x9 ≡ x10
2 × 2 = 4	4 × 2 = 8	8 × 2 = 16	16 × 2 = 32	32 × 2 = **64**

Ответ: **64**

Задача 9

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x12, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$((x1 \equiv x2) \vee (x3 \equiv x4)) \wedge (\neg(x1 \equiv x2) \vee \neg(x3 \equiv x4)) = 1$

$((x3 \equiv x4) \vee (x5 \equiv x6)) \wedge (\neg(x3 \equiv x4) \vee \neg(x5 \equiv x6)) = 1$

...

$((x9 \equiv x10) \vee (x11 \equiv x12)) \wedge (\neg(x9 \equiv x10) \vee \neg(x11 \equiv x12)) = 1$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x12, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Решение 1. Строим фрагмент таблицы истинности для логических переменных *x1, x2, x3, x4*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{((x1 \equiv x2) \vee (x3 \equiv x4)) \wedge (\neg(x1 \equiv x2) \vee \neg(x3 \equiv x4)) = 1\}$, таких наборов – 8:

табл. 9-1

№	x1	x2	x3	x4
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	0

Замечаем, что каждая пара различных значений *x1-x2*, имеет два набора значений *x3-x4*. Также для каждой пары значений *x3-x4* будут соответствовать две пары значений *x5-x6* (вторая строка), для *x5-x6* – две пары значений *x7-x8* (третья строка) и т.д. Т.е., каждый переход на следующую строку удваивает число наборов значений логических переменных, отвечающим условиям системы равенств. Получается, что для системы с двумя строками количество различных наборов значений переменных будет 16 (8 × 2), с 3-мя строками – 32 (8 × 2 × 2), с 4-мя – 64, с 5-ю – **128**.

Решение 2. Заменяем выражение $x1 \equiv x2$ логической переменной *f12*, выражение $x3 \equiv x4$ – *f34* и т.д. Тогда заданная система равенств примет вид:

$(f12 \vee f34) \wedge (\neg f12 \vee \neg f34) = 1$

$(f34 \vee f56) \wedge (\neg f34 \vee \neg f56) = 1$

...

$(f910 \vee f1112) \wedge (\neg f910 \vee \neg f1112) = 1$

Определяем наборы логических переменных *f12, f34, f56, f78, f910, f1112,* соответствующие условиям нашей системы равенств. Таких наборов – 2:

табл. 9-2

f12	f34	f56	f78	f910	f1112
0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0

Рассматривая таблицу истинности функции $f12 = x1 \equiv x2$:

табл. 9-3

x1	x2	f12
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

видим, что для каждого значения *f12* имеется два набора значений *x1* и *x2*. Для каждого значения *f34* также будут соответствовать 2 набора значений *x3* и *x4* и т.д.

Для всей системы равенств определяем число различных наборов значений логических переменных *x1, x2, ... x12*.

табл. 9-4

f12 = x1 ≡ x2	f34 = x3 ≡ x4	f56 = x5 ≡ x6	f78 = x7 ≡ x8	f910 = x9 ≡ x10	f1112 = x11 ≡ x12
2 × 2 = 4	4 × 2 = 8	8 × 2 = 16	16 × 2 = 32	32 × 2 = 64	64 × 2 = **128**

Ответ: **128**

Задача 10

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1$

$(y1 \to y2) \wedge (y2 \to y3) \wedge (y3 \to y4) \wedge (y4 \to y5) = 1$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Строим фрагмент таблицы истинности и определяем число наборов логических переменных *x1, x2, x3, x4, x5*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1\}$. Таких наборов 6:

табл. 10-1

№	x1	x2	x3	x4	x5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Такие же наборы значений будут и для *y1, y2, y3, y4, y5*, отвечающих условиям второй строки системы равенств:

табл. 10-2

№	y1	y2	y3	y4	y5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Получается, что для каждого набора значений *x1-x5*, соответствует 6 наборов значений *y1-y5*. Определяем, сколько будет наборов значений всего для всех переменных (*x1-x5, y1-y5*): $6 \times 6 = \mathbf{36}$.

Ответ: **36**

Задача 11

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1$

$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) \wedge (y4 \rightarrow y5) = 1$

$x1 \vee y1 = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, x2, x3, x4, x5*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1\}$, таких наборов – 6:

табл. 11-1

№	x1	x2	x3	x4	x5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Соответственно, такие же наборы значений должны быть для *y1, y2, y3, y4, y5*, чтобы отвечать условиям второй строки системы равенств:

табл. 11-2

№	y1	y2	y3	y4	y5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Для соблюдения условий третьей строки системы должны быть нижеприведенные сочетания значений *x1* и *y1*, которым соответствуют указанные в таблице строки таблиц 11-1 и 11-2:

табл. 11-3

x1	№ строк (табл. 19-1)	Кол-во таких строк	*y1*	№ строк (табл. 19-2)	Кол-во таких строк	Кол-во наборов различных значений
0	1, 2, 3, 4, 5	5	1	6	1	5 × 1 = 5
1	6	1	0	1, 2, 3, 4, 5	5	1 × 5 = 5
1	6	1	1	6	1	1 × 1 = 1
					Всего	5 + 5 + 1 = **11**

Ответ: **11**

Задача 12

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1$

$(y5 \rightarrow y4) \wedge (y4 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y1) = 1$

$x3 \wedge y3 = 1$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, x2, x3, x4, x5*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1\}$, таких наборов – 6:

табл. 12-1

№	x1	x2	x3	x4	x5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Аналогичный фрагмент таблицы истинности строим для *y1, y2, y3, y4, y5*, отвечающим условиям второй строки системы равенств:

табл. 12-2

№	y1	y2	y3	y4	y5
1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0
4	1	1	1	0	0
5	1	1	1	1	0
6	1	1	1	1	1

Условия третьей строки системы соблюдаются при значениях $x3 = 1$ и $y3 = 1$, которым соответствуют указанные в таблице строки таблиц 12-1 и 12-2:

табл. 12-3

$x3$	№ строк (табл. 20-1)	Кол-во таких строк	$y3$	№ строк (табл. 20-2)	Кол-во таких строк	Кол-во наборов различных значений
1	4, 5, 6	3	1	4, 5, 6	3	$3 \times 3 =$ **9**

Ответ: **9**

Задача 13

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1$

$(y1 \to y2) \wedge (y2 \to y3) \wedge (y3 \to y4) \wedge (y4 \to y5) = 1$

$x1 \to y1 = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Строим фрагмент таблицы истинности для логических переменных $x1, x2, x3, x4, x5$, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1\}$:

табл. 13-1

№	x1	x2	x3	x4	x5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Соответственно, такие же наборы значений должны быть для $y1, y2, y3, y4, y5$, чтобы отвечать условиям второй строки системы равенств:

табл. 13-2

№	y1	y2	y3	y4	y5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Для соблюдения условий третьей строки системы должны быть нижеприведенные сочетания значений $x1$ и $y1$, которым соответствуют указанные в таблице строки таблиц 13-1 и 13-2:

табл. 13-3

$x1$	№ строк (табл. 21-1)	Кол-во таких строк	$y1$	№ строк (табл. 21-2)	Кол-во таких строк	Кол-во наборов различных значений
0	1, 2, 3, 4, 5	5	0	1, 2, 3, 4, 5	5	$5 \times 5 = 25$
0	1, 2, 3, 4, 5	5	1	6	1	$5 \times 1 = 5$
1	6	1	1	6	1	$1 \times 1 = 1$
					Всего	$25 + 5 + 1 = 31$

Ответ: **31**

Задача 14

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1$

$(y5 \to y4) \wedge (y4 \to y3) \wedge (y3 \to y2) \wedge (y2 \to y1) = 1$

$y1 \to x1 = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных $x1, x2, x3, x4, x5$, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1\}$, таких наборов – 6:

табл. 14-1

№	x1	x2	x3	x4	x5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Так же строим фрагмент таблицы истинности и для $y1, y2, y3, y4, y5$, чтобы отвечать условиям второй строки системы равенств $\{(y5 \to y4) \wedge (y4 \to y3) \wedge (y3 \to y2) \wedge (y2 \to y1) = 1\}$:

табл. 14-2

№	y1	y2	y3	y4	y5
1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0
4	1	1	1	0	0
5	1	1	1	1	0
6	1	1	1	1	1

Для соблюдения условий третьей строки системы должны быть нижеприведенные сочетания значений *x1* и *y1*, которым соответствуют указанные в таблице строки таблиц 14-1 и 14-2:

табл. 14-3

x1	№ строк (табл. 22-1)	Кол-во таких строк	*y1*	№ строк (табл. 22-2)	Кол-во таких строк	Кол-во наборов различных значений
0	1, 2, 3, 4, 5	5	0	1	1	5 × 1 = 5
1	6	1	0	1	1	1 × 1 = 1
1	6	1	1	2, 3, 4, 5, 6	5	1 × 5 = 5
					Всего	5 + 1 + 5 = **11**

Ответ: **11**

Задача 15

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1$

$(y1 \to y2) \wedge (y2 \to y3) \wedge (y3 \to y4) \wedge (y4 \to y5) = 1$

$(x1 \to y1) \wedge (x2 \to y2) = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, x2, x3, x4, x5*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1\}$, таких наборов – 6:

табл. 15-1

№	x1	x2	x3	x4	x5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Аналогичный фрагмент таблицы истинности строим для *y1, y2, y3, y4, y5*, отвечающим условиям второй строки системы равенств:

табл. 15-2

№	y1	y2	y3	y4	y5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Для соблюдения условий третьей строки системы должны быть нижеприведенные сочетания значений *x1-x2* и *y1-y2*, которым соответствуют указанные в таблице строки таблиц 15-1 и 15-2:

табл. 15-3

x1	*x2*	№ строк (табл. 11-1)	Кол-во таких строк	*y1*	*y2*	№ строк (табл. 11-2)	Кол-во таких строк	Кол-во наборов различных значений
0	0	1, 2, 3, 4	4	0	0	1, 2, 3, 4	4	4 × 4 = 16
0	0	1, 2, 3, 4	4	0	1	5	1	4 × 1 = 4
0	0	1, 2, 3, 4	4	1	1	6	1	4 × 1 = 4
0	1	5	1	0	1	5	1	1 × 1 = 1
0	1	5	1	1	1	6	1	1 × 1 = 1
1	1	6	1	1	1	6	1	1 × 1 = 1
							Всего:	**27**

Ответ: **27**

Задача 16

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1$

$(y1 \to y2) \wedge (y2 \to y3) \wedge (y3 \to y4) \wedge (y4 \to y5) = 1$

$(x1 \to y1) \wedge (x2 \to y2) \wedge (x3 \to y3) = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, x2, x3, x4, x5*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1\}$, таких наборов – 6:

табл. 16-1

№	x1	x2	x3	x4	x5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Аналогичный фрагмент таблицы истинности строим для *y1, y2, y3, y4, y5*, отвечающим условиям второй строки системы равенств:

табл. 16-2

№	y1	y2	y3	y4	y5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

Для соблюдения условий третьей строки системы должны быть нижеприведенные сочетания значений *x1-x3* и *y1-y3*, которым соответствуют указанные в таблице строки таблиц 16-1 и 16-2:

табл. 16-3

x1	*x2*	*x3*	№ строк (табл. 25-1)	Кол-во таких строк	*y1*	*y2*	*y3*	№ строк (табл. 25-2)	Кол-во таких строк	Кол-во наборов различных значений
0	0	0	1, 2, 3	3	0	0	0	1, 2, 3	3	3 × 3 = 9
0	0	0	1, 2, 3	3	0	0	1	4	1	3 × 1 = 3
0	0	0	1, 2, 3	3	0	1	1	5	1	3 × 1 = 3
0	0	0	1, 2, 3	3	1	1	1	6	1	3 × 1 = 3
0	0	1	4	1	0	0	1	4	1	1 × 1 = 1
0	0	1	4	1	0	1	1	5	1	1 × 1 = 1
0	0	1	4	1	1	1	1	6	1	1 × 1 = 1
0	1	1	5	1	0	1	1	5	1	1 × 1 = 1
0	1	1	5	1	1	1	1	6	1	1 × 1 = 1
1	1	1	6	1	1	1	1	6	1	1 × 1 = 1
									Всего:	**24**

Ответ: **24**

Задача 17

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x8, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \lor x2) \rightarrow (x3 \lor x4) = 1$

$(x3 \lor x4) \rightarrow (x5 \lor x6) = 1$

$(x5 \lor x6) \rightarrow (x7 \lor x8) = 1$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x8, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Заменяем выражение $x1 \lor x2$ логической переменной $f12$, выражение $x3 \lor x4$ – $f34$ и т.д. Тогда заданная система равенств примет вид:

$f12 \rightarrow f34 = 1$

$f34 \rightarrow f56 = 1$

$f56 \rightarrow f78 = 1$

Определяем наборы логических переменных $f12$, $f34$, $f56$, $f78$, соответствующие условиям нашей системы равенств:

табл. 17-1

f12	f34	f56	f78
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

ЕГЭ. Информатика Решаем задания ЕГЭ Задание № 23

Также строим таблицу истинности функции $f12 = x1 \lor x2$:

табл. 17-2

x1	x2	f12
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

замечаем, что для равенства $f12 = 0$ имеется один набор, а для $f12 = 1$ – три набора значений *x1* и *x2*. Соответственно то же самое будет и для *f34, f56, f78*.

Исходя из таблиц 17-1 и 17-2 строим таблицу для определения количества всех возможных наборов значений *x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8*:

табл. 17-3

f12	Число наборов *x1, x2* (n12)	*f34*	Число наборов *x3, x4* (n34)	*f56*	Число наборов *x5, x6* (n56)	*f78*	Число наборов *x7, x8* (n78)	Число всех возможных наборов *x1, x2, ... , x8* (n12 × n34 × n56 × n78)
0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	3	3
0	1	0	1	1	3	1	3	9
0	1	1	3	1	3	1	3	27
1	3	1	3	1	3	1	3	81
							Всего:	**121**

Ответ: **121**

Задача 18

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x9, y1, y2, ... y9, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(\neg x1 \lor y1) \rightarrow (\neg x2 \land y2) = 1$

$(\neg x2 \lor y2) \rightarrow (\neg x3 \land y3) = 1$

...

$(\neg x8 \lor y8) \rightarrow (\neg x9 \land y9) = 1$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x9, y1, y2, ... y9, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

г.Гуково, 2019г. Материалы размещены на сайте: http://infor-iks-ru.1gb.ru/ege.htm Разработчик: Фаткуллин И.И.

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, y1, x2, y2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств {(¬*x1* ∨ *y1*) → (¬*x2* ∧ *y2*)}, таких наборов 7:

табл. 18-1

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	0	1
2	0	1	0	1
3	1	0	0	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1

Замечаем, что при значениях *x1-y1* 0-0, 0-1 или 1-1 (с. 1, 2, 7), сочетание *x2-y2* может быть только 0-1, и, естественно, эти строки имеют только одно продолжение. Когда *x1* и *y1* равны соответственно 1 и 0, сочетание *x2-y2* могут быть 0-0, 0-1, 1-1 (имеют по одному продолжению) и 1-0 (имеет 4 продолжения, в т.ч. одно сочетание – 1-0). Получается, что при переходе на вторую строку, количество различных наборов значений x1-x3 и y1-y3 по отношению к наборам x1-x2 и y1-y2, увеличивается на 3. Такое же увеличение будет при переходе на 3-ю, 4-ю и т.д. строки. Определяем количество различных наборов значений **x** и **y** для восьми строк:

табл. 18-2

№ строки	количество наборов значений ***x*** и ***y***
1	n1 = 7
2	n2 = n1 + 3 = 10
3	n3 = n2 + 3 = 13
4	n4 = n3 + 3 = 16
5	n5 = n4 + 3 = 19
6	n6 = n5 + 3 = 22
7	n7 = n6 + 3 = 25
8	n8 = n7 + 3 = 28

Ответ: **28**

Задача 19

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, … x7, y1, y2, … y7, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

(x1 → (x2 ∧ y2)) ∧ (y1 → y2) = 1
(x2 → (x3 ∧ y3)) ∧ (y2 → y3) = 1
…
(x6 → (x7 ∧ y7)) ∧ (y6 → y7) = 1

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, … x7, y1, y2, … y7, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, y1, x2, y2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств {*(x1 → (x2 ∧ y2)) ∧ (y1 → y2) = 1*}, таких наборов 8:

табл. 19-1

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	0	0
2	0	0	0	1
3	0	1	0	1
4	0	0	1	0
5	0	0	1	1
6	0	1	1	1
7	1	0	1	1
8	1	1	1	1

Замечаем, что продолжение (значения *x2-y2*) 0-0 получается, когда начало (значения *x1-y1*) сочетание 0-0 (с. 1), продолжение 0-1 – когда начало 0-0 или 0-1 (с. 2, 3), 1-0 – когда начало 0-0 (с. 4), а 1-1 – при всех возможных сочетаниях *x1-y1* (0-0, 0-1, 1-0 или 1-1 – с. 5-8). Исходя из этого, подсчитываем все различные наборы значений переменных ***x*** и ***y*** для шести строк системы равенств:

табл. 19-2

Сочетание ***x-y***	Количество (k) соответствующих сочетаний x-y в конце строки					
	1-я строка ***(x2-y2)***	2-я строка ***(x3-y3)***	3-я строка ***(x4-y4)***	4-я строка ***(x5-y5)***	5-я строка ***(x6-y6)***	6-я строка ***(x7-y7)***
00	$k0_1 = 1$	$k0_2 = k0_1 = 1$	$k0_3 = k0_2 = 1$	$k0_4 = k0_3 = 1$	$k0_5 = 1$	$k0_6 = 1$
01	$k1_1 = 2$	$k1_2 = k0_1 + k1_1 = 3$	$k1_3 = k0_2 + k1_2 = 4$	$k1_4 = k0_3 + k1_3 = 5$	$k1_5 = 1 + 5 = 6$	$k1_6 = 1 + 6 = 7$
10	$k2_1 = 1$	$k2_2 = k0_1 = 1$	$k2_3 = k0_2 = 1$	$k2_4 = k0_3 = 1$	$k2_5 = 1$	$k2_6 = 1$
11	$k3_1 = 4$	$k3_2 = k0_1 + k1_1 + k2_1 + k3_1 = 8$	$k3_3 = k0_2 + k1_2 + k2_2 + k3_2 = 13$	$k3_4 = k0_3 + k1_3 + k2_3 + k3_3 = 19$	$k3_5 = 1 + 5 + 1 + 19 = 26$	$k3_6 = 1 + 6 + 1 + 26 = 34$
	Всего различных наборов значений ***x*** и ***y***					43

Ответ: **43**

Задача 20

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, … x7, y1, y2, … y7, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

(y1 → (y2 ∧ x1)) ∧ (x1 → x2) = 1
(y2 → (y3 ∧ x2)) ∧ (x2 → x3) = 1
…
(y6 → (y7 ∧ x6)) ∧ (x6 → x7) = 1
y7 → x7 = 1

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, … x7, y1, y2, … y7, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *y1, x1, y2, x2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств {$(y1 \rightarrow (y2 \wedge x1)) \wedge (x1 \rightarrow x2) = 1$}, таких наборов 7:

табл. 20-1

№	y1	x1	y2	x2
1	0	0	0	0
2	0	0	0	1
3	0	1	0	1
4	0	0	1	0
5	0	0	1	1
6	0	1	1	1
7	1	1	1	1

Замечаем, что продолжение (значения *y2-x2*) 0-0 получается, когда начало (значения *y1-x1*) 0-0 (с. 1), продолжение 0-1 – когда начало 0-0 или 0-1 (с. 2, 3), а 1-1 – когда начало 0-0, 0-1 или 1-1 (с. 5-7). Отдельно рассматриваем сочетание 1-0: продолжение 1-0 возможно после 0-0 (с. 4), но начало 1-0 не имеет продолжения, значит, такое сочетание может быть только в конце 6-й строки системы равенств (для *y7-x7*), однако 7-я строка системы исключает сочетание 1-0 для *y7-x7*. Исходя из этого, подсчитываем все различные наборы значений переменных ***x*** и ***y*** для шести строк системы равенств, учитывая седьмую строку системы:

табл. 20-2

Сочетание *x-y*	Количество (k) соответствующих сочетаний x-y в конце строки					
	1-я строка (***x2-y2***)	2-я строка (***x3-y3***)	3-я строка (***x4-y4***)	4-я строка (***x5-y5***)	5-я строка (***x6-y6***)	6-я строка (***x7-y7***)
00	$k0_1 = 1$	$k0_2 = k0_1 = 1$	$k0_3 = k0_2 = 1$	$k0_4 = k0_3 = 1$	$k0_5 = 1$	$k0_6 = 1$
01	$k1_1 = 2$	$k1_2 = k0_1 + k1_1 = 3$	$k1_3 = k0_2 + k1_2 = 4$	$k1_4 = k0_3 + k1_3 = 5$	$k1_5 = 1 + 5 = 6$	$k1_6 = 7$
11	$k3_1 = 3$	$k3_2 = k0_1 + k1_1 + k3_1 = 6$	$k3_3 = k0_2 + k1_2 + k3_2 = 10$	$k3_4 = k0_3 + k1_3 + k3_3 = 15$	$k3_5 = 1 + 5 + 15 = 21$	$k3_6 = 1 + 6 + 21 = 28$
		Всего различных наборов значений ***x*** и ***y***				36

Ответ: **36**

Задача 21

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x6, y1, y2, ... y6, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x2 \rightarrow (x1 \wedge y2)) \wedge (y2 \rightarrow y1) = 1$
$(x3 \rightarrow (x2 \wedge y3)) \wedge (y3 \rightarrow y2) = 1$
...
$(x6 \rightarrow (x5 \wedge y6)) \wedge (y6 \rightarrow y5) = 1$
$x1 \rightarrow y1 = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x6, y1, y2, ... y6, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *y1, x1, y2, x2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств {$(x2 \rightarrow (x1 \wedge y2)) \wedge (y2 \rightarrow y1) = 1$}, таких наборов 7:

табл. 21-1

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	0	0
2	0	1	0	0
3	1	0	0	0
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Замечаем, что продолжение (значения *x2-y2*) 0-0 получается, когда начало (значения *x1-y1*) 0-0, 0-1, 1-0 или 1-1 (с. 1-4), продолжение 0-1 – когда начало 0-1 или 1-1 (с. 5, 6), а 1-1 – когда начало 1-1 (с. 7). По таблице видим, что продолжение 1-0 (сочетание *x2-y2*) отсутствует, также не может быть начала 1-0 (*x1-y1*), согласно 7-й строке. Исходя из этого, подсчитываем все различные наборы значений переменных ***x*** и ***y*** для шести строк системы равенств, учитывая седьмую строку системы:

табл. 21-2

Сочетание *x-y*	Количество (k) соответствующих сочетаний x-y в конце строки					
	1-я строка (***x2-y2***)	2-я строка (***x3-y3***)	3-я строка (***x4-y4***)	4-я строка (***x5-y5***)	5-я строка (***x6-y6***)	6-я строка (***x7-y7***)
00	$k0_1 = 3$	$k0_2 = k0_1 + k1_1 + k3_1 = 6$	$k0_3 = k0_2 + k1_2 + k3_2 = 10$	$k0_4 = k0_3 + k1_3 + k3_3 = 15$	$k0_5 = 1 + 5 + 15 = 21$	$k0_6 = 1 + 6 + 21 = 28$
01	$k1_1 = 2$	$k1_2 = k1_1 + k3_1 = 3$	$k1_3 = k1_2 + k3_2 = 4$	$k1_4 = k1_3 + k3_3 = 5$	$k1_5 = 1 + 5 = 6$	$k1_6 = 7$
11	$k3_1 = 1$	$k3_2 = k3_1 = 1$	$k3_3 = k3_2 = 1$	$k3_4 = k3_3 = 1$	$k3_5 = 1$	$k3_6 = 1$
		Всего различных наборов значений ***x*** и ***y***				36

Ответ: **36**

Задача 22

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x6, y1, y2, ... y6, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \wedge y1) \equiv (\neg x2 \vee \neg y2)$
$(x2 \wedge y2) \equiv (\neg x3 \vee \neg y3)$
...
$(x5 \wedge y5) \equiv (\neg x6 \vee \neg y6)$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x6, y1, y2, ... y6, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение 1. Используя законы преобразования, получаем следующую систему равенств:

$(x1 \wedge y1) \equiv \neg(x2 \wedge y2)$
$(x2 \wedge y2) \equiv \neg(x3 \wedge y3)$
...
$(x5 \wedge y5) \equiv \neg(x6 \wedge y6)$

Заменяем выражение $x1 \wedge y1$ логической переменной $f1$, выражение $x2 \wedge y2 – f2$ и т.д. Тогда заданная система равенств примет вид:

$f1 \equiv \neg f2$
$f2 \equiv \neg f3$
...
$f5 \equiv \neg f6$

Определяем наборы логических переменных *f1, f2, f3, f4, f5, f6*, соответствующие условиям нашей системы равенств. Таких наборов – 2:

табл. 22-1

Строка	f1	f2	f3	f4	f5	f6
1	0	1	0	1	0	1
2	1	0	1	0	1	0

Рассматриваем таблицу истинности функции $f1 = x1 \wedge y1$:

табл. 22-2

x1	y1	f1
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Видим, что *f1* имеет значение 0 для одного набора значений *x1* и *y1* (сочетание 1-0), и значение 1 для трех наборов значений. Исходя из этого, определяем число различных наборов значений логических переменных *x1, x2, ... x6, y1, y2, ... y6*:

Когда набору f1-f2-f3-f4-f5-f6 соответствует сочетание 0-1-0-1-0-1 (с. 1 табл. 22-1), количество различных значений *x1..x6, y1...y6* будет: k0 = 1 × 3 ×1 ×3 ×1 ×3 = 27, и когда f1-f6 принимает сочетание 1-0-1-0-1-0 (с. 2 табл. 22-1), – количество различных значений *x1..x6, y1...y6* равняется: k1 = 3 ×1 ×3 ×1 × 3×1 = 27. Всего различных наборов значений переменных x1, x2, ... x6, y1, y2, ... y6 будет: k = k1 + k2 = 27+ 27 =54.

Решение 2. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, y1, x2, y2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \wedge y1) \equiv (\neg x2 \vee \neg y2)\}$, таких наборов – 6:

табл. 22-3

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	1	1
2	0	1	1	1
3	1	0	1	1
4	1	1	0	0
5	1	1	0	1
6	1	1	1	0

Замечаем, что продолжения (значения *x2-y2*) 0-0, 0-1 и 1-0 получаются только тогда, когда начало (значения *x1-y1*) 1-1, (с. 4-6), а продолжение 1-1 – когда начало 0-0, 0-1 или 1-0 или 1-1 (с. 1-3). Исходя из этого, подсчитываем все различные наборы значений переменных ***x*** и ***y*** для пяти строк системы равенств:

табл. 22-4

Сочетание *x-y*	Количество (k) соответствующих сочетаний x-y в конце строки				
	1-я строка (*x2-y2*)	2-я строка (*x3-y3*)	3-я строка (*x4-y4*)	4-я строка (*x5-y5*)	5-я строка (*x6-y6*)
00	$k0_1 = 1$	$k0_2 = k3_1 = 3$	$k0_3 = k3_2 = 3$	$k0_4 = k3_3 = 9$	$k0_5 = 9$
01	$k1_1 = 1$	$k1_2 = k3_1 = 3$	$k1_3 = k3_2 = 3$	$k1_4 = k3_3 = 9$	$k1_5 = 9$
10	$k2_1 = 1$	$k2_2 = k3_1 = 3$	$k2_3 = k3_2 = 3$	$k2_4 = k3_3 = 9$	$k2_5 = 9$
11	$k3_1 = 3$	$k3_2 = k0_1 + k1_1 + k2_1 = 3$	$k3_3 = k0_2 + k1_2 + k2_2 = 9$	$k3_4 = k0_3 + k1_3 + k2_3 = 9$	$k3_5 = 27$
	Всего различных наборов значений ***x*** и ***y***				54

Ответ: **54**

Задача 23

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x7, y1, y2, ... y7, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \wedge y1) \equiv (\neg x2 \vee \neg y2)$
$(x2 \wedge y2) \equiv (\neg x3 \vee \neg y3)$
...
$(x6 \wedge y6) \equiv (\neg x7 \vee \neg y7)$

*В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x7, y1, y2, ... y7, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение 1. Используя законы преобразования, получаем следующую систему равенств:

$(x1 \wedge y1) \equiv \neg(x2 \wedge y2)$
$(x2 \wedge y2) \equiv \neg(x3 \wedge y3)$
...
$(x6 \wedge y6) \equiv \neg(x7 \wedge y7)$

Заменяем выражение $x1 \wedge y1$ логической переменной $f1$, выражение $x2 \wedge y2 – f2$ и т.д. Тогда заданная система равенств примет вид:

$f1 \equiv \neg f2$
$f2 \equiv \neg f3$
...
$f6 \equiv \neg f7$

Определяем наборы логических переменных *f1, f2, f3, f4, f5, f6, f7*, соответствующие условиям нашей системы равенств. Таких наборов – 2:

табл. 23-1

Строка	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7
1	0	1	0	1	0	1	0
2	1	0	1	0	1	0	1

Рассматриваем таблицу истинности функции $f1 = x1 \wedge y1$:

табл. 23-2

x1	y1	f1
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Видим, что *f1* имеет значение 0 для одного набора значений *x1* и *y1* (сочетание 1-0), и значение 1 для трех наборов значений. Исходя из этого, определяем число различных наборов значений логических переменных *x1, x2, ... x7, y1, y2, ... y7*:

Когда набору f1-f2-f3-f4-f5-f6-f7 соответствует сочетание 0-1-0-1-0-1-0 (с. 1 табл. 23-1), количество различных значений *x1..x7, y1...y7* будет: k0 = 1 × 3 × 1 × 3 × 1 × 3 × 1 = 27, а когда f1-f7 принимает сочетание 1-0-1-0-1-0-1 (с. 2 табл. 23-1), – количество различных значений *x1..x7, y1...y7* равняется: k1 = 3 × 1 ×3 × 1 × 3× 1 × 3 = 81. Всего различных наборов значений переменных x1, x2, ... x7, y1, y2, ... y7 будет: k = k1 + k2 = 27+ 81 =108.

Решение 2. Перечисляем наборы значений (т.е., строим фрагмент таблицы истинности) для логических переменных *x1, y1, x2, y2*, удовлетворяющим условиям первой строки системы равенств $\{(x1 \wedge y1) \equiv (\neg x2 \vee \neg y2)\}$, таких наборов – 6:

табл. 23-3

№	x1	y1	x2	y2
1	0	0	1	1
2	0	1	1	1
3	1	0	1	1
4	1	1	0	0
5	1	1	0	1
6	1	1	1	0

Замечаем, что продолжения (значения *x2-y2*) 0-0, 0-1 и 1-0 получаются только тогда, когда начало (значения *x1-y1*) 1-1, (с. 4-6), а продолжение 1-1 – когда начало 0-0, 0-1 или 1-0 или 1-1 (с. 1-3). Исходя из этого, подсчитываем все различные наборы значений переменных ***x*** и ***y*** для шести строк системы равенств:

табл. 23-4

Сочетание ***x-y***	Количество (k) соответствующих сочетаний x-y в конце строки					
	1-я строка (***x2-y2***)	2-я строка (***x3-y3***)	3-я строка (***x4-y4***)	4-я строка (***x5-y5***)	5-я строка (***x6-y6***)	6-я строка (***x7-y7***)
00	$k0_1 = 1$	$k0_2 = k3_1 = 3$	$k0_3 = k3_2 = 3$	$k0_4 = k3_3 = 9$	$k0_5 = k3_4 = 9$	$k0_6 = 27$
01	$k1_1 = 1$	$k1_2 = k3_1 = 3$	$k1_3 = k3_2 = 3$	$k1_4 = k3_3 = 9$	$k1_5 = k3_4 = 9$	$k1_6 = 27$
10	$k2_1 = 1$	$k2_2 = k3_1 = 3$	$k2_3 = k3_2 = 3$	$k2_4 = k3_3 = 9$	$k2_5 = k3_4 = 9$	$k2_5 = 27$
11	$k3_1 = 3$	$k3_2 = k0_1 + k1_1 + k2_1 = 3$	$k3_3 = k0_2 + k1_2 + k2_2 = 9$	$k3_4 = k0_3 + k1_3 + k2_3 = 9$	$k3_5 = = k0_4 + k1_4 + k2_4$ 27	$k3_6 = 9 + 9 + 9 = 27$
		Всего различных наборов значений ***x*** и ***y***				108

Ответ: **108**

Задача 24

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x8, y1, y2, ... y8, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$((x1 \equiv x2) \to (x3 \equiv x4)) \wedge ((y1 \equiv y2) \to (y3 \equiv y4)) = 1$

$((x3 \equiv x4) \to (x5 \equiv x6)) \wedge ((y3 \equiv y4) \to (y5 \equiv y6)) = 1$

$((x5 \equiv x6) \to (x7 \equiv x8)) \wedge ((y5 \equiv y6) \to (y7 \equiv y8)) = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x8, y1, y2, ... y8, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Заменяем выражение $x1 \equiv x2$ логической переменной *f12*, выражение $y1 \equiv y2$ – переменной *g12*, выражение $x3 \equiv x4$ – *f34*, выражение $y3 \equiv y4$ – *g34* и т.д. Тогда заданная система равенств примет вид:

$(f12 \to f34) \wedge (g12 \to g34) = 1$

$(f34 \to f56) \wedge (g34 \to g56) = 1$

$(f56 \to f78) \wedge (g56 \to g78) = 1$

Определяем наборы логических переменных *f12*, *f34*, *f56*, *f78*, а также переменных *g12*, *g34*, *g56*, *g78*, соответствующие условиям нашей системы равенств. Таких наборов – 5 для переменных *f12- f78*, и столько же для *g12-g78*:

табл. 24-1, 24-2

f12	f34	f56	f78
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

g12	g34	g56	g78
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

Получается, что всего сочетаний *f12- f78* и *g12-g78*: **25** (5 × 5)

Рассматривая таблицу истинности функций $f12 = x1 \equiv x2$ и $g12 = y1 \equiv y2$:

табл. 24-3, 24-4

x1	x2	f12
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

y1	y2	g12
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

видим, что для каждого значения *f12* имеется два набора значений *x1* и *x2* (также для каждого *g12* – два набора значений *y1* и *y2*). Для каждого значения *f34* также будут соответствовать 2 набора значений *x3* и *x4* (также для *g34* – два набора *y3* и *y4*)и т.д. Значит, для каждого сочетания логических переменных *f12*, *f34*, *f56*, *f78*, *g12*, *g34*, *g56*, *g78* (табл. 24-1, 24-2), будут **256** (2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2) наборов значений *x1-x8* и *y1-y8*. Число различных наборов значений логических переменных *x1, x2, ... x8, y1, y2, ...* y8 для всей системы равенств будет 25 × 256 = **6400**.

Ниже приводится определение числа различных наборов значений логических переменных *x1, x2, ... x8, y1, y2, ...* y8 для системы равенств в виде таблиц:

табл. 24-5, 24-6

Значения f				К-во наборов для x1-x8 (Nx)	
f12	f34	f56	f78		
0	0	0	0	2 × 2 × 2 × 2 =16	5 × 16
0	0	0	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	
0	0	1	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	
0	1	1	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	
1	1	1	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	

Значения g				К-во наборов для y1-y8 (Ny)	
g12	g34	g56	g78		
0	0	0	0	2 × 2 × 2 × 2 =16	5 × 16
0	0	0	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	
0	0	1	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	
0	1	1	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	
1	1	1	1	2 × 2 × 2 × 2 =16	

Всего наборов значений x и y (N): **N = Nx × Ny = 5 × 5 × 16 × 16 = 6400**

Ответ: **6400**

Задача 25

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \lor \neg x2) \land (x2 \lor \neg x3) \land (x3 \lor \neg x4) \land (x4 \lor \neg x5) = 1$

$(\neg y1 \lor y2) \land (\neg y2 \lor y3) \land (\neg y3 \lor y4) \land (\neg y4 \lor y5) = 1$

$x1 \lor y1 = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Ответ: **31**

Задача 26

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, z1, z2, ... z5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \to x2) \land (x2 \to x3) \land (x3 \to x4) \land (x4 \to x5) = 1$

$(y1 \to y2) \land (y2 \to y3) \land (y3 \to y4) \land (y4 \to y5) = 1$

$(z1 \to z2) \land (z2 \to z3) \land (z3 \to z4) \land (z4 \to z5) = 1$

$x5 \land y5 \land z5 = 0$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x5, y1, y2, ... y5, z1, z2, ... z5, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Ответ: **91**

Задача 27

Условие. *Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x8, y1, y2, ... y8, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?*

$(x1 \lor x2) \land (x1 \land x2 \to x3) \land (\neg x1 \lor y1) = 1$

$(x2 \lor x3) \land (x2 \land x3 \to x4) \land (\neg x2 \lor y2) = 1$

...

$(x6 \lor x7) \land (x6 \land x7 \to x8) \land (\neg x6 \lor y6) = 1$

$(x7 \lor x8) \land (\neg x7 \lor y7) = 1$

$\neg x8 \lor y8 = 1$

В ответе ***не нужно*** *перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, ... x8, y1, y2, ... y8, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.*

Решение. Строим таблицу истинности логических переменных *x1, x2, x3* при *y1 = 0* и *y1 = 1* для первой строки системы равенств $\{(x1 \lor x2) \land (x1 \land x2 \to x3) \land (\neg x1 \lor y1) = 1\}$:

При y1 = 0

x1	x2	x3	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

При y1 = 1

x1	x2	x3	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Для строк 2-6 таблицы истинности будут подобными. Замечаем, что если сочетание x[n]-x[n+1] **01**, количество наборов удваивается. Исходя из таблиц истинности, составляем наборы, при которых соблюдаются равенства для строк 1-6. Получаются наборы значений переменных x1-x8: 010101**00***, 010101**01***, 010101**11***, 010111**11***, 011111**11***, 101010**10***, 101010**11***, 101011**11***, 101111**11***, 111111**11***. Учитывая окончания, наборы разбиваем на четыре группы:

1) 010101**00*** 2) 010101**01*** 3) 101010**10***
4) 010101**11***, 010111**11***, 011111**11***, 101010**11***, 101011**11***, 101111**11***, 111111**11***
* – выделены значения x7-x8.

Таблицы истинности для 7-й и 8-й строк.

7-я строка $\{(x7 \lor x8) \land (\neg x7 \lor y7) = 1\}$: 8-я строка $\{\neg x8 \lor y8 = 1\}$:

При y7 = 0

x7	x8	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

При y7 = 1

x7	x8	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

При y8 = 0

x8	F
0	1
1	0

При y8 = 1

x8	F
0	1
1	1

x1-x8 (строки 1-6 при F=1)	К-во наборов (с.1-6)	Коэффициент с учетом с.7 (при y7=0 и y7=1)	Коэффициент с учетом с.8 (при y8=0 и y8=1)	Всего наборов (B × C × D)
A	B	C	D	
01010100	8	×0	×2	0
01010101	16	×2	×1	32
10101010	8	×1	×2	16
01010111, 01011111, 01111111, 10101011, 10101111, 10111111, 11111111	29	×1	×1	29
				77

Ответ: **77**